PRESENTACIÓN

El área de matemáticas y estadística de la Universidad Libre Seccional Pereira, quiere implementar en los estudiantes la importancia de las matemáticas en su futura profesión, por ello ha determinado elaborar una serie de talleres los cuales buscan que los estudiantes tengan material con el cual trabajar y aplicar el verdadero concepto académico de créditos y competencias, además fortalecer sus conceptos mediante el taller intra y extraclase.

La colección de ejercicios va acompañado de un texto guía el cual explica los conceptos más importantes del contenido de las matemáticas fundamentales para los estudiantes de economía, contaduría y administración.

ÍNDICE

PÁG.

CONCEPTOS BÁSICOS

CONJUNTOS DE NÚMEROS REALES

Números naturales

CONJUNTO: Intuitivamente, colección de objetos de cualquier especie descritos en forma suficientemente clara, con el fin de que no exista duda acerca de que un objeto pertenezca o no al conjunto.
Para indicar que un objeto pertenece al conjunto se utiliza el símbolo $\in$
Para indicar que un objeto no pertenece al conjunto se utiliza el símbolo $\notin$

Notación: Se utilizan generalmente las letras mayúsculas para denotar los conjuntos y las letras minúsculas para denotar los elementos.

Descripción:

Por extensión: Cuando se hace una lista de sus elementos, separándolos por comas y encerrándolos en llaves. **{ }.**

Ejemplo1: $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
Escribir por extensión el conjunto de los números pares del 1 al 10.

$P = \{2, 4, 6, 8, 10\}$

Por Comprensión: Cuando se encierra entre llaves una frase descriptiva con la condición o condiciones que deben satisfacer los objetos para pertenecer al conjunto.
Ejemplo2: Escribir el conjunto **A** del ejemplo anterior por comprensión.

$P = \{x / x \text{ es par entre } 1 \text{ y } 10\}$

En cuanto a la cantidad de elementos un conjunto puede ser **infinito** o **finito**.
Infinito: cuando no podemos escribir una lista completa de los elementos del conjunto.
Finito: Cuando podemos hacer una lista completa de los elementos del conjunto. En el ejemplo 1 tenemos un claro ejemplo de conjunto finito. Un conjunto infinito es el conjunto de todas las estrellas del firmamento.
Existen conjuntos especiales como el **conjunto Universal (U).** el cual contiene la totalidad de los elementos de un conjunto determinado. Ejemplo el conjunto de médicos.
El conjunto que no tiene ningún elemento se denomina **Vacío.** (ϕ). El conjunto de todos los hombres mayores de 200 años.

Conjuntos Numéricos.

Naturales (N)

Los números naturales son aquellos que denotamos por **N.**

A= $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, \ldots\}$

Enteros (Z):

Z = $\{\ldots, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \ldots\}$

Es de anotar que en **Z** están los enteros negativos $\mathbf{Z}^-$ y los enteros positivos $\mathbf{Z}^+$

Racionales (Q) son aquellos que se denotan por la letra **Q** y se pueden escribir en la forma**:** p/q con ***p*** **y** ***q*** enteros **y** ***q*** diferente de cero**.**

Q = $\{\ldots, -5/2, -2, 4/3, -1, -1/2, 0, 1/2, 1, 4/3, \ldots\}$

Irracionales (Q'): se denotan por **Q' y** son aquellos que no pueden expresarse de la forma ***p/q*** **con** ***p, q*** $\in Z$ **.**

$\sqrt{2}, \sqrt[3]{4}, \sqrt{3}, e, \pi, \ldots$

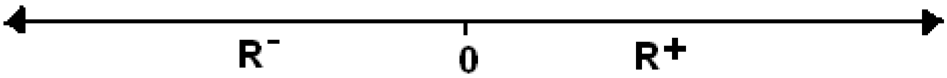
Los números π y e tienen gran importancia en las matemáticas.

La razón entre la longitud de la circunferencia y su diámetro: $\pi = 3{,}14159\ldots$

Reales: Se denotan por **R** y lo conforman la reunión de **Q** y **Q'.**

$$R = Q \cup Q'$$

Se representa en la recta real, a cada punto le corresponderá un número real y a cada número real un punto.



Observación:

$$N \subset Z \subset Q \subset R, \qquad Q' \subset R \qquad R = R^- \cup \{0\} \cup R^+$$

ALGUNOS EJERCICIOS

1. $\boldsymbol{U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}}$
   $\boldsymbol{A = \{x/x \ \ esimpar\}} \quad \boldsymbol{B = \{x/x \ esmultiplo\ de\ 3\}}$
   $\boldsymbol{C = \{1, 2, 4, 7, 8, 10\}}$
   Hallar: $\boldsymbol{a)\ A \cap C \ \ b)\ B \cup C \ \ c)\ A - [C - (A \cap B)]}$
   $\boldsymbol{d)\ (A^C \cap B) - (C - A)}$

GRUPO ALGEBRA

TALLER No1
FACTORIZACIÓN

1 A. Factorizar hasta donde sea posible.

$a) 9x^3 - x \quad b) 4w^2 + 4w - 15 \quad c) 10 - a - 3a^2 \quad d) x^2 - 9 + 6z - z^2$

$e) 16 - 16w^3 - y^4 + y^4w^3 \quad f) x^4 + 7x^2 + 16 \quad g) 9a^2 - b^2 - 6a + 2b$

$h) 4n^3 - n - 4n^2 + 1 \quad i) 64w^6 - u^{3n} \quad j) 2x^2 + 5x + 3 \quad k) 2x^2 - x - 3$

$l) 7x^2 - 30x + 8 \quad m) 9x^2 - 18x + 8 \quad n) x^2 + 17x + 72 \quad o) x^2 + 10x + 21$

$p) a^2 - 13b + 22 \quad q) a^2 - 11a + 30 \quad r) y^2 + 3y - 10 \quad s) 64a^4 + 1$

$t) x^2 + 6x + 9 \quad u) 4x^2 - 12x + 9 \quad w) 9y^2 - 24y + 16 \quad x) c^4 - 4d^4$

$y) x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{9} \quad z) 6x^4 + 7x^2 - 20. \quad z) x^3 - x^2 - ax - a^3 - a^2$

1B. Factorizar hasta donde sea posible

$a)\ x - xy + 1 - y^2$

$b) a^2 - x^2 - 1 - 2x$

$c) x^3 - x^2y - x^2 + xy - 6x + 6y$

$d) 18x^2 + 23x + 4$

$e) 15x^2 + 23x + 4$

$f) 7x^2 - 51x - 40$

$g) a^4 + 7a^2 + 16$

$h) a^3 - a^2b - ab^3 + a^2b^2$

$i)\ 12x^2 + 11x - 56$

$j) 35x^2 - 23x - 4$

$k) 5^{2x} - 5^{x+1} + 4$

$l) 2^{3x} + 2^{2x+1} + 2^x$

$m) \frac{x^3}{8} - 1 - \left(\frac{a^2x^3}{32}\right) + \frac{a^2}{4}$

$n) a^4 + b^4 + c^4 - 2a^2b^2 - 2a^2c^2 - 2b^2c^2$

$l) x^3 - x^2 + 2ax - a^2 - a^3$

$m) 4x^2 - 9y^2$

$n) \frac{x^2}{2} + \frac{x}{2} - \frac{a^2}{2} - a$

TALLER No2
FRACCIONES ALGEBRAICAS

1. Simplificar hasta su mínima expresión

$$a)\left(\frac{m^2-9}{m^2-m-12}\div\frac{m-3}{m^2+3m}\right)\times\frac{x^2m^2-16x^2}{2m^2+7m+3}\times\left(\frac{2}{x^2m}+\frac{1}{x^2m^2}\right)$$

$$b)\frac{\frac{m+1}{m-1}-\frac{m-1}{m+1}}{\frac{m-1}{m+1}+\frac{m+1}{m-1}}\times\frac{m^2+1}{2w^2-2z}\div\frac{2m}{w^2-z}\qquad c)\frac{\frac{a+x}{1-ax}+\frac{a-x}{1+ax}}{1-\frac{a^2-x^2}{1-a^2x^2}}$$

$$d)\ \frac{1}{x^2-(a+b)x+ab}+\frac{1}{x^2-(a+c)x+ac}+\frac{1}{x^2-(b+c)x+bc}$$

$$e)\ \frac{a+b}{bc-ab-c^2+ac}+\frac{b+c}{ac-bc-a^2+ab}+\frac{c+a}{ab-ac-b^2+bc}$$

$$f)\frac{x-2}{3(1-x)-\frac{1-x^3}{x+\frac{1}{x+1}}}\qquad g)\frac{a-b+\frac{a^2+b^2}{a+b}}{a+b-\frac{a^2-2b^2}{a-b}}\times\frac{b+\frac{b^2}{a}}{a-b}\times\frac{1}{1+\frac{2a-b}{b}}$$

$$h)\frac{\frac{3w}{(w-2u)^2}+\frac{5}{w-5u}+\frac{1}{w-2u}}{\frac{3w^2-14wu+10u^2}{w^2-4uw+4u^2}}\qquad i)\frac{3x^3-x^2-12x+4}{6x^4+x^3-25x^2-4x+4}$$

$$j)\ \frac{x-1}{x+2-\frac{x^2+2}{x-\frac{x-2}{x+1}}}\qquad k)\ \frac{x+1-\frac{6x+12}{x+2}}{\frac{x-4+\frac{11x-22}{x-2}}{x+7}}\qquad l)\ \frac{\frac{7}{9}-\frac{x^2-7}{x^2-9}}{\frac{9}{x-3}-\frac{7}{x+3}}$$

$$m)\ \left(\frac{\left(1-\frac{a-1}{x-1}\right)\frac{x^2-1}{(x-a)^2}}{\frac{x}{a+x}-\frac{ax-1}{a^2-x^2}}\right)\div\frac{x+a}{x-1}\qquad n)\ \frac{x-2}{3(1-x)-\frac{1-x^2}{x+\frac{1}{x+1}}}$$

TALLER No 3
EXPONENTES Y RADICALES

1. Simplificar hasta donde sea posible

$$a)\left(\frac{20x^5y^{-4}w^3}{10x^6y^{-5}w^2}\right)^3 \quad b)\frac{4m^5}{5n^4}\div\frac{8m^5}{15n^3} \quad c)\left(\frac{2^{-4}x^{-1}y^2}{4^{-1}x^{-2}y^{-1}}\right)^2$$

$$d)\frac{m^{-1}+n^{-1}}{n^{-1}-m^{-1}} \quad e)\ \frac{m^{-2}+3n^{-1}m^{-1}+2n^{-2}}{m^{-1}n^{-2}+n^{-2}m^{-1}} \quad f)\frac{2^{n+3}-2^n+7}{2^{n+1}-2^n+1}$$

$$g)\left[\left(\frac{x}{x^a}\right)^a\cdot\left(\frac{x^{2a}}{x^{a+1}}\right)\left(\frac{x^a}{x^{-1}}\right)^{a+1}\right]^{\frac{1}{a}}$$

$$h)\ y^n\left(\frac{1}{ny}\right)+\left(\frac{y}{n}-\frac{1}{n^2}\right)ny^{n-1}$$

$$i)\left[\left(x^{a+1}x^{2-a}\right)\left(\frac{x^{a-1}}{x^{a+1}}\right)\left(x^{a+1}\right)^{a-1}\right]^{\frac{1}{a}}$$

$$j)\ \frac{16^{m+1}+2^{2m+3}+8\sqrt{2}}{2\cdot 2^{4m}+4^m+\sqrt{2}}$$

2. Realizar las operaciones indicadas y simplificar (racionalizar el denominador,

$$a)\ \frac{1}{7}\sqrt{147}-\frac{1}{5}\sqrt{700}+\frac{1}{10}\sqrt{28}+\frac{1}{3}\sqrt{2187}$$

$$b)\ \sqrt{80}+3\sqrt{405}-3\sqrt{500}-2\sqrt{252}$$

$$c)\ (m-n)\sqrt{\frac{m+n}{m-n}}-(m+n)\sqrt{\frac{m-n}{m+n}}+(2m-2n)\sqrt{\frac{1}{m-n}}$$

$$d)\ \sqrt{x^2y^{-1}-18xy^{-1}+81y^{-1}}+\sqrt{x-18+81x^{-1}}$$

$$e)\ \sqrt{2mn}+\sqrt[6]{8m^3n^3}+\sqrt{4m^2n^2}$$

$$f)\ \sqrt[6]{\frac{64a^2b^2}{4w^2}}-2\sqrt[9]{\frac{512a^3b^3}{8w^3}}+\sqrt[12]{\frac{a^4b^4}{16w^4}}$$

$$g)\ \sqrt{\frac{25a}{2b}}+\frac{4}{3}\sqrt{\frac{2b}{a}}-3\sqrt{\frac{a}{2b}}-\sqrt{\frac{2b}{9a}}$$

$$h)\ \frac{2a-b+\sqrt{ab}}{2\sqrt{a}-\sqrt{b}}$$

$$i)\ \sqrt[n]{\frac{3^{2n}\cdot 36}{27^{2n+1}+9^{2n+2}}}\qquad j)\ \sqrt[x]{\frac{5\cdot 4^{x+1}}{4^{x+2}+2^{2x+2}}}$$

$$j)\ \frac{12x^{-1/2}\sqrt{4a^{2/3}x^{-2}}}{3a^0x^{1/2}\sqrt[3]{-64a^{-1/2}x}}$$

$$g)\ \frac{ab^{-1}-a^{-1}b}{a^{-1}+b^{-1}}\qquad h)\ \frac{x^{1/2}+y^{1/2}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}\,x^{1/2}\ y^{-1/2}$$

3. Racionalizar el denominador de:

$$a)\ \frac{1}{5x\sqrt[4]{25y^3}}\qquad b)\ \frac{19}{5\sqrt{2}-4\sqrt{3}}\qquad c)\ \frac{\sqrt{x}-\sqrt{x+1}}{\sqrt{x}+\sqrt{x+1}}$$

$$d)\ \frac{\sqrt{2}-\sqrt{5}}{\sqrt{2}+\sqrt{5}-\sqrt{10}}\qquad e)\ \frac{2}{\sqrt[3]{x}-\sqrt[3]{y}}\qquad f)\ \frac{x+2y}{\sqrt{x}+\sqrt{2y}}$$

4. Simplificar hasta donde sea posible

$$a)\ \frac{8-2x^2+2(4-x^2)^{1/2}}{1-\dfrac{x^2}{(4-x^2)^{1/2}}+\dfrac{2}{\left(1-\dfrac{x^2}{4}\right)^{1/2}}}$$

$$b)\ \frac{x^{-2}-2(xy)^{-1}+y^{-2}}{\left(\dfrac{y}{x}\right)^{-2}+xy^{-1}-2x^0} \qquad c)\ \frac{8-2x^2+2\sqrt{4-x^2}}{1-\dfrac{x^2}{\sqrt{4-x^2}}+\dfrac{2}{\sqrt{1-\dfrac{x^2}{4}}}}$$

RECORDANDO CONCEPTOS

1. Encierre en un círculo la respuesta correcta.

a) V F La raíz cuadrada de un número siempre es positiva.
b) V F La raíz cúbica de un numero negativo es un número real.
c) V F Si $x=\sqrt[n]{a}$, entonces $x^n=a$.
d) V F La raíz de un producto es igual al producto de las raíces.
e) V F La raíz de una fracción es igual a la raíz del numerador dividida por el denominador.
f) $\sqrt{a^2+b^2}=a+b$
g) $\sqrt{(m+n)^{-1}}=\dfrac{1}{\sqrt{m+n}}$

2. Señale la respuesta correcta.

A) Un radical con radicando negativo tiene valor real cuando.
a) El índice es par
b) El índice es impar
c) El radicando es un número impar
d) Nunca

B) Al simplificar la expresión $\dfrac{a^{-1/2}\cdot b^{1/4}}{a^{-2/3}\cdot b^{-3}}$ obtenemos:

a) $a^{1/5}b^{11/4}$
b) $a^{2/5}b^{11/4}$
c) $a^{1/6}b^{11/4}$

d) Ninguna anterior

C) Al factorizar la expresión $4x^2y^2 - 25y^2$ obtenemos:

a) $(2xy-5)(2x-y-5)$
b) $y^2(2x-5)(2x-5)$
c) $y^2(2x+5)(2x-5)$
d) Ninguna anterior.

3. Responda cuál de preguntas A, B, C y D es cierta de acuerdo a la siguiente información.

$$A = \frac{m-2n}{mn} + \frac{3n-a}{an} - \frac{3m-2a}{am}$$

A) La fracción A no se puede simplificar por que no existen términos comunes

B) La fracción A tiene como denominador común a amn y al simplificarla se obtiene

La fracción $\frac{2}{amn}$.

C) La fracción A tiene como denominador común *amn* y su resultado al simplificarla es 0.

D) La fracción A tiene como resultado después de simplificarla $\frac{1}{amn}$.

4. De acuerdo a l siguiente procedimiento de factorización

$$\begin{aligned} x^5 + x^4 - 4x^3 - 4x^2 + 4x + 4 &= x^4(x+1) - (4x^3 + 4x^2 - 4x + 4) \\ &= x^4(x+1) - \left[4x^2(x+1) - 4(x+1)\right] \\ &= (x+1)x^4 - (x+1)(4x^2 - 4) \\ &= (x+1)(x^4 - 4x^2 + 4) \\ &= (x+1)(x^2 - 1)^2 \end{aligned}$$

Seleccione la respuesta correcta.

A) Es falso pues no es cierto que el término $(x+1)$ es factor común.

B) Es cierto pues al multiplicar $(x+1)(x^2-1)^2$ se obtiene la expresión inicial.

C) No es cierto ya que $x^4 - 4x^2 + 4$ no es un trinomio cuadrado perfecto.

5. Seleccione la respuesta correcta.

A) Factorizar un polinomio significa convertirlo en:

a) Un producto de factores
b) Un producto de tres factores
c) Un producto de cuatro factores
d) Ninguna anterior.

B) Una sola de las siguientes afirmaciones es correcta

a) Una suma al cubo equivale a una suma de cubos
b) El factor común es siempre un monomio o un binomio
c) Una diferencia de cubos no equivale a una diferencia al cubo.
d) Una diferencia al cuadrado equivale a $x^2 - y^2$.

C) Si multiplicamos la suma de las raíces cuadradas de dos expresiones algebraicas por la diferencia de las mismas, obtenemos:

a) Un trinomio cuadrado perfecto
b) Una diferencia al cuadrado
c) Una suma al cuadrado
d) Una diferencia de cuadrados.

6. Simplificar la fracción:

$$\left[\left(\frac{1}{x+\frac{1}{1+\frac{1+x}{1-x}}}\right)^{-1}\right]^{-1} \div \left(\frac{x+1}{2}\right)$$

7. Simplificar hasta su mínima expresión.

$$\left[3-\frac{m+3}{m-\frac{2}{m-1}}\right]\cdot\left[\frac{m-\frac{2}{m-1}}{2m-3\left(\frac{m+1}{m-1}\right)}\right]$$

8. Calcular.

$a)\ \sqrt{\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2\sqrt[3]{\sqrt[3]{2}}}}}}$ $\qquad c)\ \left(\sqrt{a^3\sqrt[3]{b^2}}+\sqrt[3]{b^3\sqrt{a^2}}\right)\div\sqrt[3]{ab}$

$b)\sqrt[3]{2\sqrt{2\sqrt{2\sqrt[3]{4}}}}$ $\qquad d)\ \sqrt{1+\sqrt{6+\sqrt{5+\sqrt{16}}}}$

PRUEBAS DE MEJORAMIENTO
(competencias)

1. Al racionalizar el denominador de $\dfrac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$ se obtiene:

a) $\dfrac{\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)}{x-y}$ b) $\dfrac{\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)}{x+y}$ c) $\dfrac{\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)^2}{x-y}$ d) $\dfrac{\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)^2}{x-y}$

2. Al factorizar la expresión $\dfrac{x^3}{81}-1-\left(\dfrac{a^2x^3}{32}\right)+\left(\dfrac{a^2}{4}\right)$ se obtiene:

a) $\left(1-\dfrac{a^2}{4}\right)\left(\dfrac{x}{2}-1\right)\left(\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{x^2}{2}+1\right)$ b) $(1-a/2)(1-x^3/2)$

c) $\left(1-\dfrac{a}{2}\right)^2\left(1-\dfrac{x^3}{2}\right)$ d) $\left(1-\dfrac{a}{2}\right)\left(\dfrac{x^3}{2}-1\right)$

3. Al simplificar la expresión $\dfrac{1-1/a}{1+1/a}$ se obtiene:

a) $\dfrac{a+1}{a-1}$ b) $\dfrac{a-1}{a+1}$ c) $\dfrac{2a-1}{a-1}$ d) $\dfrac{a+1}{2a+1}$

4. Al efectuar $\dfrac{\sqrt[3]{\sqrt{\sqrt{xy}}}}{\sqrt[12]{x^5y^7}}$ se obtiene:

a) $\dfrac{\sqrt[3]{xy}}{2xy}$ b) $\dfrac{\sqrt[6]{x^4y^3}}{xy}$ c) $\dfrac{xy}{\sqrt[12]{xy}}$ d) $\dfrac{\sqrt[6]{x^4y}}{xy}$

5. Al factorizar $x^3-x^2+2ax-a^2-a^3$ se obtiene:

a) $(x-a)(x^2+xy+2axy)$ b) $(x-a)(x^2+ax+a^2-x+a)$

c) $(x-a)(x^2+ax+a^2-x^2+a)$ d) Ninguna anterior

6. Al dividir $4x^2+2x+1$ entre ***x -1*** se obtiene:

a) $4x+6+\frac{7}{x-1}$ b) $4x+6-\frac{7}{x-1}$ c) $5x+6+\frac{7}{x-1}$ d) ***5 x + 6***

7. El resultado de dividir $x^{2n}+2x^n+1$ entre x^n+1

a) x^n-1 b) $x-1$ c) x^n+1 d) $x^{2n}+1$

8. Al factorizar $5^{2x}-5^{x+1}+4$ se obtiene:

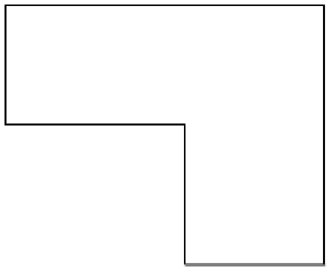
a) $(5^x-1)^2$ b) $(5^x+1)(5^x+4)$ c) $(5^x-1)(5^x-1)$ d) $(5^x-1)(5^x-4)$

9. Al factorizar $2^{3x}+2^{2x+1}+2^x$ se obtiene:

a) $2^x(2^x+1)^2$ b) $2^x(2^x+1)$ c) $(2^x-1)^2$ d) $2^x(2^x-1)^2$

Para Pensar

A) José echó una taza de agua en un barril vacío a las 9:00 de la mañana. A las 9:15, echó dos tazas más. A las 9:30, echó cuatro tazas más y así sucesivamente fue doblando la cantidad de agua cada 15 minutos. Al medio día, el barril estaba completamente lleno. Suponiendo que José hubiera comenzado con dos tazas, ¿a qué hora hubiera estado casi lleno el barril?
B) Divida esta figura en tres partes iguales.



1. Complete el siguiente cuadro(Sudoko)

				2	4		9	
		6		8	3			
		3	9					5
				1			3	9
	6	8				1	5	
1	7			4				
9					6	4		
			8	3		5		
	2		4	7				

Recursos de la Internet

a) http://www.articuloz.com/educacion-articulos/aprende-todo-sobre-algebra-elemental-1459056.html
b) http://comoaprendermatematicas.blogspot.com/search/label/aprender%20a%20factorizar
c) Sugerencia visitar YouTube videos para factorizar, racionalizar denominadores y simplificar expresiones algebraicas.
d) http://www.uprh.edu/~eudez/web%20mecu/docsPDFdeMECU/leccion4.PDF

TALLER No 4
INCOGNITAS

1. Despejar la incógnita indicada.

$$a)\ C_c = C_0 + \frac{C}{i_p};\ i_p;C$$

$$C = V_p C_p$$

$$c) C_c = C_0 + \frac{C}{(1+i_a)^N - 1}; i_a; C$$

$$d) VF = VP(1+i_p)^N$$

$$e) i_a = (1+i_p)^m - 1$$

$$f) PV = nRT;\ R$$

$$g) RT = \sqrt{\frac{a\, z^{1/2}}{k}};\ z,\ k$$

$$h) \frac{1}{d_o} + \frac{1}{d_i} = \frac{1}{f}; d_o; d_i$$

$$i)\ i_{av} = \left(1 - \frac{i_{ma}}{m}\right)^{-m} - 1; i_{ma}$$

$$j) TIR = i_n + (i_p - i_n)\left[\frac{|R(i_n)|}{R(i_p) + |R(i_n)|}\right]; R(i_p)$$

TALLER No 5
DESIGUALDADES Y VALOR ABSOLUTO

1. Resolver las desigualdades:

$$a)\ 3x + 8 - x \geq 5x + 14$$

$$b) -14 < 3x - 1 \leq 20$$

$$c) 6x - 9 < 13 - 4x - \{-[2x + 4 - (5x - 2)]\}$$

2. Hallar el conjunto solución gráfica y analíticamente de:

$a) |5x+7| \leq 17$

$b) |4x-5| > 14$

3. Hallar el conjunto solución de:

$a)\ |6x-5| = 8$

$b) |3x-1| = |7x+6|$

$c) \left|\frac{x}{2}+\frac{1}{3}\right| = x-\frac{1}{5}$

$d) x^2+2x-15>0$

$e) x^2-3x+2>0$

$f) 1-x-2x^2 \geq 0$

$g) \frac{1}{x+1} < \frac{2}{3x-1}$

$h) \frac{1}{3x-7} \leq \frac{4}{3-2x}$

$i) \left|\frac{x+2}{2x-3}\right| \leq 4$

$j) |3+2x| < |4-x|$

$k) |x+4| \leq |2x-6|$

$l) \left|\frac{6-5x}{3+x}\right| \leq \frac{1}{2}$

4. Hallar el conjunto solución de

$a) |x+3| > 5$

$b) |x-2| < 3$

$c) 2x^2+11x+12 \leq 0$

$d) 12x^2+29x+14 \geq 0$

$e) 4x-9 \leq \frac{5}{6}x+\frac{2-x}{7}$

$f) 3 > -5-4x \geq -8$

$g) \frac{2}{3x+1} \leq \frac{4}{5x-1}$

$h)\left|3x+4\right|=10$

$i)\left|8x\right|=5-x$

$j)\left|12x-7\right|=\left|14x+9\right|$

$k)\left|\dfrac{x+5}{3x-4}\right|\leq 7$

$l)\left|3x\right|>\left|6-3x\right|$

$m)\left|4x-7\right|\leq 5$

$n)\left|7x-6\right|\geq 10$

Algunas soluciones:

$a) x<-8, \vee, x>2$ $b)-1<x<5$ $c)-4\leq x\leq -\dfrac{3}{2}$ $d)\ x\leq -\dfrac{7}{4}, \vee, x\geq -2/3$

$g)-3\leq x<-\dfrac{1}{3}, \vee, x>\dfrac{1}{5}$ $h)\ \left\{-\dfrac{4}{3}, 2\right\}$, $i) x\leq \dfrac{23}{22}, \vee, x\geq \dfrac{33}{22}$

TALLER No 6

TEORÍA DE ECUACIONES

1. Resolver las siguientes ecuaciones.

$a)\ 5x+7=3x-9$ $\quad b)\ 4x-\left[-2(x+5)-6x+8\right]-6x+10$

$c)\ \dfrac{x}{6}+5=\dfrac{1}{3}-x$ $\quad d)\ \dfrac{x}{2}+2-\dfrac{x}{12}=\dfrac{x}{6}-\dfrac{5}{4}$ $\quad e)\ x-(5x-1)-\dfrac{7-5x}{10}=1$

$f)\ 2x-\left(2x-\dfrac{3x-1}{8}\right)=\dfrac{2}{3}\left(\dfrac{x+2}{6}\right)-\dfrac{1}{4}$ $\quad g)\ \dfrac{x+6}{x+2}-\dfrac{x+1}{x-3}=\dfrac{x-5}{x-1}-\dfrac{x}{x+4}$

$h)\ \dfrac{2(n+t)}{m}-\dfrac{3(m+t)}{n}=\dfrac{6(n^2-2m^2)}{mn}$ $\quad i)\ \dfrac{n-t}{n}-\dfrac{m-t}{m}=\dfrac{2(n-m)}{mn}$

$j)\ \dfrac{3}{4}\left(\dfrac{t}{b}+\dfrac{t}{a}\right)=\dfrac{1}{3}\left(\dfrac{t}{b}-\dfrac{t}{a}\right)+\dfrac{5a+13b}{12a}$ $\quad k)\ 2x-\left[-(3x+4)-7+10-(5-x)\right]=-7(x+3)$

2. Hallar el conjunto solución de los siguientes sistemas:

$a)\ \begin{cases} x+2y=-1 \\ 2x-3y=4 \end{cases}$ $\quad b)\begin{cases} x+3y=1 \\ -6x+9y=4 \end{cases}$

$c)\begin{cases} -3x-y=-5 \\ 6x-2y=10 \end{cases}$ $\quad d)\begin{cases} 4x-2y-7=0 \\ x-\dfrac{1}{2}y=5 \end{cases}$

$e)\begin{cases} 3w-6z=-9 \\ -2w+4z=6 \end{cases}$ $\quad f)\begin{cases} mx-ny=m^2+n^2 \\ nx+my=m^2+n^2 \end{cases}$

$g)\begin{cases} 6x+3y+2z=12 \\ 9x-y+4z=37 \\ 10x+5y+3z=21 \end{cases}$ $h)\begin{cases} 2w+4t+3n=3 \\ 10w-8t-9n=0 \\ 4w+4t-3n=2 \end{cases}$ $i)\begin{cases} 7n-m+5g=-6 \\ 3n-2m+5g=38 \\ n+m-6g=-27 \end{cases}$

3. RESOLVER LAS ECUACIONES CUADRTATICAS

a) $x^2-8x-1=0$

b) $6x^2-10x-4=0$
c) $x^2+3x-1=0$
d) $a^2x^2-2ax-3=0$
e) $2x^2-6x+ax-3a=0$
f) $2x^2-3x=0$

4. Resolver mediante la fórmula general y completando el cuadrado

a) $4x^2+2x=3$
b) $x^2-bx-6n^2=0$
c) $5x^2+3xy-4y^2=0$
d) $x^2+x-3=0$
e) $mx^2+(m+1)x+1=0$
f) $x^2-ax-6a^2=0$
$g)\,5x^2-3=0$
$h)\,7x^2+3x=0$
$i)\,\dfrac{x^2}{4}+2x=0$
$j)\ 8x^2+16a=0,\ (a>0)$

5. Resolver los sistemas de ecuaciones y trazar el gráfico

$a)\begin{cases} y+7x = 25 \\ x^2+y^2=25 \end{cases}$ $b)\begin{cases} x^2+y^2=40 \\ xy=12 \end{cases}$ $c)\begin{cases} 3x^2+2y^2=7 \\ x^2-y^2=3 \end{cases}$

$d)\begin{cases} x^2+y^2=a^2 \\ x^2-y^2=b^2 \end{cases}$ $d)\begin{cases} \sqrt{x}-\sqrt{y}=7 \\ x-y =91 \end{cases}$ $e)\begin{cases} 10(x+y)=11xy \\ x+y=11 \end{cases}$

$f)\begin{cases} x^2+y^2=25 \\ xy =12 \end{cases}$ $e)\begin{cases} x^2-xy-12y^2=0 \\ x^2+xy-10y^2=20 \end{cases}$ $f)\begin{cases} 2/x^2-3/y^2=5 \\ 1/x^2+2/y^2=6 \end{cases}$

$g)\begin{cases} 9x^2+y^2=90 \\ x^2+9y^2=90 \end{cases}$ $h)\begin{cases} x+y+3\sqrt{x+y}=18 \\ x-y-2\sqrt{x-y}=15 \end{cases}$ $i)\begin{cases} x^3-y^3=28 \\ x-y=1 \end{cases}$

6. Dibuje las ecuaciones dadas, encontrando el centro y el radio.

$a)\ x^2+y^2-6x-8y+9=0$
$b)\ 9x^2+9y^2-6x-6y-79=0$
$c)\ 9x^2+9y^2-6x-6y-79=0$
$d)\ x^2+y^2-6x-15=0$

7. Trace el gráfico dela ecuaciones
$a)\ 4x^2-12y=0$
$b)\ 6y^2-24x=0$
$c)\ x^2-6x-7=2y$
$d)\ 3x^2-5x-2=y$

8. Indiquen a que cónica pertenece cada ecuación, y dibújela.
$a)8x^2+3y^2=12$
$b)5y^2+10x^2=5$
$c)\ 16x^2+9y^2-32x+54y=47$
$d)\ 4x^2+y^2-24x+4y+28=0$
$e)\ \dfrac{x^2}{9}-\dfrac{y^2}{4}=1$
$f)\ \dfrac{(x+3)^2}{8}-\dfrac{(y-2)^2}{2}=1$

TALLER No 7
LA LÍNEA RECTA

1. Halle la distancia entre los puntos

$a)(5,1)\ y\ (-2,3)$ $b)\ (4,7)\ y\ (1,3)$ $c)\ (a,a^2)\ y\ (b,b^2)$
$d)\ (r,s)\ y\ (r+s,2s)$ $e)\ (-p,n)\ y\ (2p,5n)$

2. Demostrar que los puntos $(-3\ ,2),(2,2)\ y\ (4,3)$ son los vértices de un triángulo escaleno.

3. Comprobar que los puntos $(0,0),(\ 4,0)\ y\ \ (4,5)$ son los vértices de un trianguló rectángulo.

4. Compruebe que los puntos $(-1,-5),\ \ (2,1),(1,5)\ y\ \ (-2,-1)$ son los vértices de un paralelogramo. Halle su perímetro.

5. Hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos $a)\ (2,-1)\ y\ \ (3,2)\quad b)\ (3,2)\ \ y\ \ (5,-7)$. Trace el gráfico.

6. Hallar la ecuación de la recta perpendicular a $2y-3x=4$ y pasa por *(1,3). Trace el gráfico.*

7. Hallar la ecuación de la recta que es paralela a $2x-5y+7=0$ y pasa por (1,4). Trace el gráfico.

8. Hallar la ecuación de la recta que es perpendicular a la recta $4x+y-1=0$ que pasa por el punto de intersección de $2x-5y+3=0\ \ y\quad x-3y-7=0$.

9. Hallar la ecuación de la recta que pasa por $(1,1)\ y\ (-3,5)$ y es para lela a la que pasa por $(-2,0)\ y\ \ (0,-2)$. Trace el gráfico.

10. Hallar las ecuaciones de las rectas de pendiente $-4/3$ que forman con los ejes coordenados un triángulo de área 12 unidades de superficie.

11. Hallar el valor del parámetro ***k*** en la ecuación $2x+3y+k=0$ de forma que dicha recta forme con los ejes coordenados un triángulo de área 27 unidades de superficie.

TALLER No 8

APLICACIONES DE FUNCIÓN LINEAL

1. 1. Un fabricante de camisas tiene gastos fijos mensuales de $\$40000$ y un costo unitario de producción de \$8. El artículo se vende a \$12 la unidad.
   a) ¿Cuál es la función de costos?
   b) ¿Cuál es la función de ingresos?

c) ¿Cuál es la función de ganancias?
d) calcule la ganancia(o pérdida) correspondiente a niveles de Producción de 8000 y 1200 unidades.

2. Una compañía fabricante de carcasas de celular, tiene gastos fijos mensuales de $48000 y un costo unitario de producción de $8. Las carcasas se venden a $14 cada uno.

   a) ¿Cuál es la función de costos?
   b) ¿Cuál es la función de ingresos?
   c) ¿Cuál es la función de ganancias?
   d) calcule la ganancia(o pérdida) correspondiente a la producción de 4000, 6000 y 10000 carcasas, respectivamente.
3. millones y se deprecia linealmente durante 50 años. ¿Cuál será el valor contable del edificio en 2006 y 2015?
4. Una compañía productora de lentes para gafas tiene gastos fijos mensuales de $48000 y un costo unitario de producción de $8. Los lentes se venden a $14 cada uno.
   a) Trace las gráficas de la función de costos y la función de ingresos, determine gráficamente el punto de equilibrio. Señale las zonas de pérdida y ganancia.
5. Una productora de agendas digitales. Cada agenda se vende a $10, los costos fijos mensuales realizados por la división de producción son de $30000 y el costo variable de cada agenda es de $3.
   a) Determine el punto de equilibrio para la división de producción.
   b) ¿Cuál debe ser el nivel de ventas para que la división logre una ganancia de 15% sobre el costo de producción de las agendas?
6. Dos puntos (p, q) sobre una función lineal de demanda son $(\$4{,}50{,}75000)\ y\ (4{,}75{,}62000)$.
   a) Determine la función de demanda $q = f(q)$.
   b) ¿Qué precio provocará una demanda de 90000 unidades?
   c) Determine el intercepto con el eje ***y*** e interprete su significado.
   d) Determine el intercepto con el eje ***x*** e interprete su significado.
7. Una compañía fabrica tres productos que se venden, respectivamente, en $25, $35 y $50. Los requerimientos de mano de obra para cada uno son, respectivamente, 3.0, 4.0 y 3.5 horas por unidad. Suponga que los costos de mano de obra son $ 5b por hora y que los costos anuales fijos ascienden a $75000.
   a) Construya una función conjunta de ingresos totales para la venta de los tres productos.
   b) Determine la función de costo total anual para la elaboración de los tres productos.
   c) Determine la función de utilidad para los tres productos. Ve algo raro en esta función?
   d) Cuál es la utilidad anual si los productos se venden respectivamente a 20000, 10000 y 30000 unidades?
8. Una compañía vende un producto a $100 por unidad. Los costos de las materias primas son de $40 por unidad, los de mano de obra son de $25 por unidad, los de embarque son de $10 por unidad y los costos fijos anuales ascienden a $100000.

a) Determine la función de utilidad $U = f(x)$, donde ***x*** denota al número de unidades vendidas.
b) Cuántas unidades hay que vender a fin de obtener una utilidad anual de $150000? Trace el grafico de la función de utilidad.

9. Un fabricante puede ofrecer 2000 pares de guantes al mes a un precio de $30 por par de guantes, mientras que la demanda es 2800 guantes. A un precio de $35 el par, puede ofrecer 400 pares más. Sin embargo, con este incremento de precio la demanda se reduce en 100 pares.

10. Un fabricante de zapatos está en el punto de equilibrio si sus ventas son de $180000 al año. Si los costos fijos anuales son de $45000 y cada par de zapatos se vende a $30, encuentre el costo variable promedio por cada par.

11. Las ecuaciones de oferta y demanda para cierto producto son $2p - x = 10\ y\ p = 8000/(x + 370)$ en donde ***p*** es el precio por unidad en miles de dólares y x es el número de unidades vendidas al mes.

12. Una compañía le cuesta $75 producir 10 unidades de cierto artículo al día y $120 producir 25 unidades del mismo artículo al día.
    a) Determine la ecuación de costos, suponiendo que es lineal
    b) ¿Cuáles son los costos fijos y variables por unidad?

13. Una compañía especializada ofrece banquetes a grupos de personas al costo de $10 por persona, más un cargo extra de $150. Encuentre el costo y que fijaría la compañía por ***x*** personas.

14. El costo de una tarjeta del sistema integrado de transporte, vale según la distancia viajada. Un recorrido de 2 kilómetros cuesta $1200, mientras que uno de 6 kilómetros tiene un costo de $13000.
    Determine el costo de un pasaje para un recorrido ***x*** kilómetros.

TALLER No 9

APLICACIONES DE FUNCIÓN CUADRÁTICA

1. El ingreso mensual por concepto de la venta de ***x*** unidades de cierto artículo está dado por $R(x) = 12x - 0{,}01x^2$ euros. Determine el número de unidades que deben venderse cada mes con el propósito de maximizar el ingreso. ¿Cuál es el correspondiente ingreso máximo?

2. La utilidad $U(q)$ obtenida por fabricar y vender q unidades de cierto producto está dado por: $U(q) = 60q - q^2$.

a) Determine el número de unidades que deben producirse y venderse con objeto de maximizar la utilidad. ¿Cuál es esta utilidad máxima?

3. La función de demanda para el producto de cierto fabricante es $f(q) = 1100 - 2q$, en donde ***p*** es el precio (en dólares) por unidad cuando se tiene una demanda semanal de ***q*** unidades. Calcule el nivel de producción que maximiza los ingresos totales del fabricante y determine el ingreso.

4. Un compañía comercializadora estima que x meses después de la introducción del producto nuevo de un cliente, $f(x)$ millones de familias los estarán utilizando, para lo cual:
   $f(x) = \frac{3}{5}x(10 - x);\ \ 0 \leq x \leq 10.$
   Calcular el número máximo de casas en las que se empleará dicho Producto. Trace el gráfico.

5. La función de demanda para un fabricante es $p = 500 - q$, en donde ***p*** es el precio(en dólares) por unidad cuando existe una demanda semanal ***q*** por parte de los consumidores. Obtener el nivel de producción que maximiza los ingresos totales del fabricante y determinar dichos ingresos. Trace el gráfico.

6. Una empresa tiene costos fijos mensuales de $1000 y el costo variable por unidad de su producto es de $ 30.
   a) Determine la función de costo.
   b) Determine el número de unidades que deben venderse al mes de modo que maximicen el ingreso. ¿Cuál es este ingreso máximo?
   c) ¿Cuántas unidades deben producirse y venderse al mes con el propósito de obtener una utilidad máxima? ¿Cuál es la utilidad máxima? Señale las zonas de pérdida y ganancia.

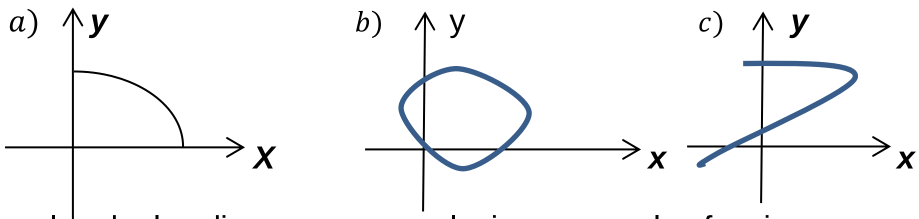
7. La demanda del mercado de cierto producto es de q unidades cuando el precio fijado al consumidor es de ***p*** dólares, en donde
   $$5p + \frac{2}{3}q = 240$$
   El costo (en euros) de producir q unidades está dado por $C(q) = 100 + 2q$. ¿Qué precio ***p*** por unidad deberá fijarse al consumidor con objeto de que la utilidad sea máxima?

8. Trace el gráfico de las siguientes funciones cuadráticas, señale el punto de máxima o mínima:
   $a)\ y = 2x^2 - 4x + 7\ \ b)\ f(x) = x^2 - 2x - 3\ \ c)\ g(x) = -3x^2 + 10x - 8$
   $d)\ p(q) = -q^2 + q + 6\ \ e)\ f(p) = p^2 + 4p - 12\ \ f)\ f(p) = 5p^2 - 11p + 12$

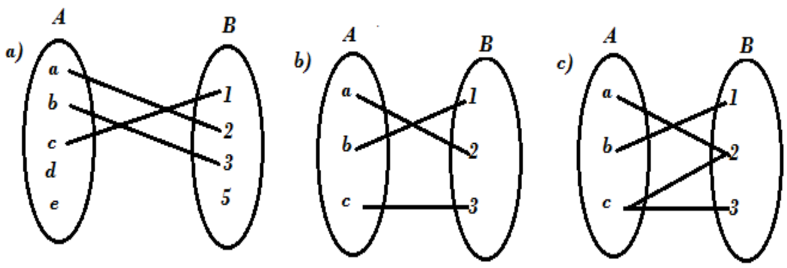
9. Encuentre el punto de equilibrio en el mercado para las funciones de oferta y demanda, señale las zonas de pérdida y ganancia.
   $a)\ \begin{cases} p = -3 + 4q \\ p = 9 - q^2 \end{cases}\ \ b)\ \begin{cases} 16 - 3q^2 \\ -4 + 2q^2 \end{cases}\ \ c)\ \begin{cases} 11 - 4q^2 \\ -1 + 8q \end{cases}$

TALLER No 10
FUNCIONES CONCEPTOS BÁSICOS

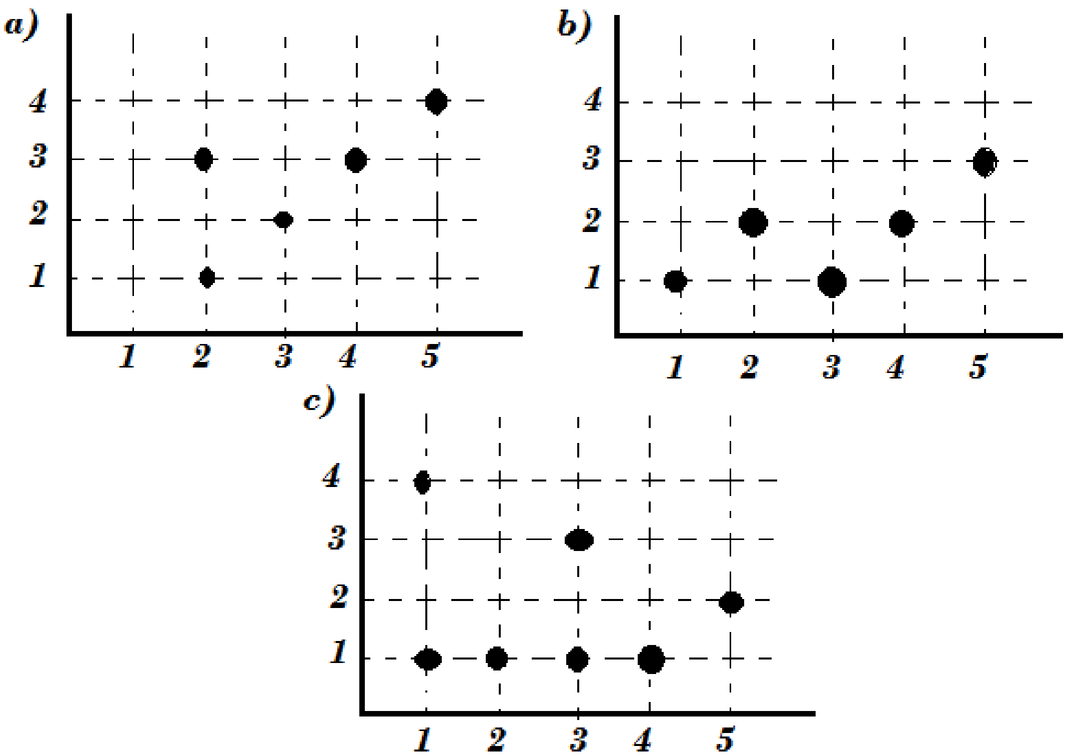
1. Indicar cuales de los siguientes gráficos son funciones
   (explique su respuesta)



2. Diga cuales de los diagramas son relaciones y cuales funciones y por qué.
   A)



B)



3. A. Si $f(x) = 4x^2 + 3x - 7$ Hallar:

   $a)\ f(-2) \quad b)\ f(a-b) \quad c)\ f(\sqrt{3}) \quad d)\ f(1+c)\ e)\ f(5)$

   B. dada $f(x) = \sqrt{x+1}$ Hallar:

   $a)\ f(a+b) \quad b)\ \dfrac{f(x+h)-f(x)}{h}\ ;\ h \neq 0, y\ simplifique.$

   $c)\ \frac{f(x)-f(a)}{x-a}$ y simplifique.

4. A. Sean $f(x) = 4x - 3,\ g(x) = \frac{1}{x}\ \ y\ \ h(x) = x^2 - x$. Hallar:

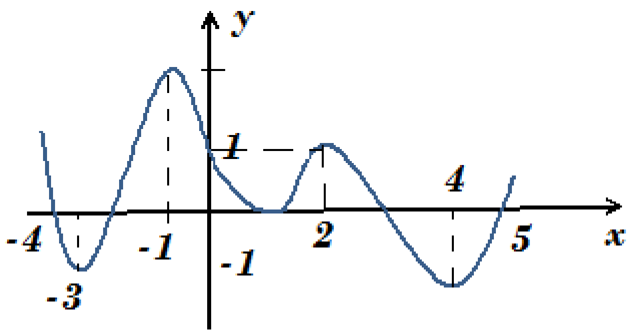
   $a)\ f(5x+7)\ \ b)\ g(x)-g(a) \quad c)\ f(x)+a \quad d)\ f(x)+f(a)\ \ e) f(4)h(4)$
   $f)\ [h(x)]^2$

   B. si $f(x) = 3 + |2x-5|$. Hallar:

   $a)\ f(-4) \quad b)\ f(-10) \quad c)\ f(x-h)\ d)\ f(\sqrt{2}\ )$.

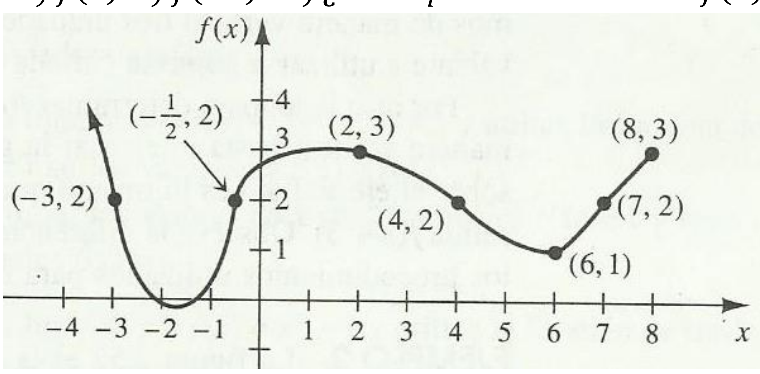
5. Calcule $\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ para $y = f(x) = ax + b$. ¿Cuál es el significado de este cociente de diferencias para una función cuya gráfica sea una línea recta.

6. Para qué valor de ***x*** es $a)\ f(x) = 2?\ \ b)\ f(5)\ \ y\ \ f(-3)$.



7. Considere la gráfica que aparece, para determinar lo siguiente:

   $a)\ f(6)\ \ b)\ f(-3) \quad c)\ ¿Para\ que\ valores\ de\ x\ es\ f(x) igual\ a\ 2?$



8. Dada la función: $f(x) = 3x^2 - 4|x| + 5$. Hallar:

$a)\ f(-5)\quad b)\ f(-3)\quad c) f(-b)\quad d)\ \dfrac{f(x+h)-f(x)}{h}$

9. Halle el dominio y el rango de las funciones dadas

$a)\ f(x) = 4x - 3\quad b)\ f(x) = 3x^2 - 8x + 5\quad c)\ f(x) = \sqrt{4x+3}$

$b)\ f(x) = \dfrac{x^2-9}{x-3}\qquad b)\ f(x) = \dfrac{2x^3 - x^2 - 13x - 6}{2x-1}$

$c\ ) g(x) = \dfrac{(x^2+2x-15)(x^2-16)}{(x^2+9x+20)(x-3)}\qquad d)\ f(x) = |x-4|$

$d)\ f(x) = \sqrt[4]{x^3 - 4x^2 + 5x - 2}$

10. Halle el dominio y los ceros de las funciones si existen.

$a)\ f(x) = \frac{\sqrt{x+2}-x}{x^3+x^2-5x+3}\qquad b)\ g(x) = \frac{\sqrt{2x-1}-x}{x^3-4x^2+x+6}$

11. Halle el dominio de las funciones:

$a)\ f(x) = \sqrt{x-1} + 2\qquad b)\ f(x) = \sqrt{\frac{x+3}{x-4}}\quad c)\ h(x) = \frac{1}{\sqrt{\frac{x-1}{3x+1}-1}}$

12. Halle las operaciones indicadas, en cada caso halle su dominio y rango

TALLER No 11

ALGEBRA DE FUNCIONES-FUNCIÓN COMPUESTA E INVERSA

$i) f + g\ ,\qquad ii)\ f - g\ ,\qquad iii)\ f \cdot g\quad iv)\ \dfrac{f}{g}$

$a)\ f(x) = x^3 + 5\ ,\ \ g(x) = \frac{3}{x-1}$

$b)\ f(x) = \dfrac{x}{x-1}\quad g(x) = \sqrt{x^2+1}$

$c)\ f(x) = \sqrt{x}\ ,\ g(x) = \sqrt{x^2-1}$

13. Halle $fog\ \ y\ \ gof$ el dominio en cada caso.

$a)\ f(x) = \sqrt{x}\quad ,\qquad g(x) = 1 - x^2$

$b)\ f(x) = \sqrt{x}\quad g(x) = 2x + 3\quad c)\ f(x) = \dfrac{x+1}{x-1}\quad g(x) = \dfrac{1}{x}$

$d)\ f(x) = |x-1|\quad g(x) = |x|$

14. Para las funciones dadas, halle $i)\ (fog)(x)\ \ y\ \ ii)\ (gof)(x)$

$a)\ f(x) = \sqrt{x}\quad g(x) = x - 4\quad b) f(x) = \frac{x-2}{x+1}\quad g(x) = \frac{3x+4}{x-1}$

$c)\ f(x) = 4x^2 - 1\quad g(x) = \sqrt{x}\quad d) f(x) = \sqrt{2x+1}\quad g(x) = 3x - 5$

15. A. Sea $f(x) = x^2 - 2x - 1$. Encuentre dos funciones g tales que:

$(fog)(x) = x^2 - 3x$

B. Dadas las funciones:

$f = \{(1,-2),(2,-5),(3,0),(4,-1)\}$ $g = \{(0,1),(1,0),(3,3),(-1,4);(2,1)\}$

$hallar$: $a)\ fog$ $b)\ gof$. E ilustre los resultados.

16. Halle la inversa de la función dada, si existe , sino restrinja el dominio para que exista la inversa , dibuje f y su inversa y compruebe que

$fof^{-1} = f^{-1}of = x.$

$a)\ f(x) = \dfrac{x+1}{3x-2}$ $b)\ f(x) = 1 - x^2$

$c)\ f(x) = \sqrt{4-x^2}$ $d)\ f(x) = \sqrt{4x - x^2 - 3}$ $e)\ f(x) = x^2 + 2x - 3$

17. A. Halle la inversa en cada caso, si existe, si no existe encuentre el dominio para que haya inversa, dibuje el gráfico de la función y su inversa. Demuestre que $(fof^{-1})(x) = x$ y $(f^{-1}of)(x) = x$

$a)\ f(x) = 3x + 4$ $b)\ f(x) = 1 - x^2$ c) $f(x) = \frac{2x}{x-2}$

$d)\ f(x) = 2x^3 + 1$ $e)\ f(x) = \sqrt[3]{2x^3 - 7}$

B. Si $f = \{(1,3),(4,2),(5,3),(4,6)\}$. Hallar el valor de:

$a)\ f^{-1}$ $b)\ f^{-1}o\,f$ $c)\ fo\,f^{-1}$

TALLER No 12 FUNCIONES A TROZOS

18. Dibuje las funciones dadas y halle su dominio y rango:

a) $f(x) = \begin{cases} 0 & si & x < -1 \\ -2x^2 + 1 & si & -1 < x \le 0 \\ 3x + 1 & si & 0 < x < 2 \end{cases}$

b) $f(x) = \begin{cases} -3 & si & x \le -2 \\ 2 & si & -2 < x \le 3 \\ 4 & si & 3 < x \end{cases}$

$c)\ f(x) = \begin{cases} x + 3 & si & x < -5 \\ \sqrt{25 - x^2} & si & -5 \le x \le 5 \\ 3 - x & si & 5 < x \end{cases}$

$d)\ g(x) = \begin{cases} -2x + 6 & si & x \le 1 \\ 2x - 1 & si & 1 < x \le 3 \\ x^2 - 10x + 26 & si & x > 3 \end{cases}$

$$e)\ g(x)=\begin{cases} x & si \quad x<0 \\ \sqrt{1-x^2} & si \quad 0\le x\le 1 \\ x-2 & si \quad x>1 \end{cases}$$

$$f)\ g(x)=\begin{cases} \frac{1}{2}x^2 & si \quad x<-8 \\ |3x+2| & si \quad -4<x\le -2 \\ \|x\| & si \quad -2<x\le 0 \\ -7 & si \quad 0<x<3 \end{cases}$$

TALLER No13
FUNCIONES POLINÓMICAS, RACIONALES E IRRACIONALES

19. Factorice las funciones **polinómicas**

$a)\ f(x)=x^3-4x^2+5x-2 \quad b)\ f(x)=2x^3-x^2-8x+4$

$c)\ f(x)=2x^5-13x^4+20x^3+18x^2-54x+27$

$d)\ g(x)=6x^4-13x^3-90x^2+208x-96$

$e)\ T(r)=3r^3+4r^2-28r+16 \quad f)\ h(t)=2t^3-t^2 8t+4$

$g)\ f(x)=2x^5-5x^4-45x^3+65x^2+163x+60$

20. Trace la gráfica de cada una de las siguientes relaciones y determine cuáles de ellas son funciones y cuáles no. Si la relación dada es función, exprésela en la forma $y=f(x)$, e indique su dominio y su rango.(funciones racionales e irracionales)

$a)\ x^2-6x-2y+11=0 \quad b)\ y^2-4y-2x+6=0 \quad c)\ y-\sqrt{x-1}=2$

$d)\ y-\frac{4}{3}\sqrt{2x-x^2+8}=2 \quad e)\ y=4-\sqrt{8-x^2+2x} \quad f)\ y-\sqrt{2x-x^2}$

$e)\ f(x)=\frac{3x^2+5x-2}{3x^3+2x^2-7x+2} \quad f)\ g(x)=\frac{10x^3+33x^2-27x+4}{10x^4+3x^3-126x^2+85x-12}$

$h)\ f(x)=\sqrt[4]{6x^3-17x^2-31x+12}$

21. Para cada una de las siguientes funciones:

A. Determine el dominio de ***f*** y halle los puntos de intersección de la gráfica de ***f*** con los ejes coordenados, si existen estos cortes.
B. Trace su gráfica.

$a)\ f(x)=x^2-6x+5 \qquad b)\ f(x)=3+\sqrt{x-1}$

$c)\ f(x)=\sqrt{8-x^2+2x} \qquad d)\ g(x)=1-\sqrt{4x-x^2+5}$

22. Si $f(x)=\sqrt{x-1}+2$. Hallar:

$a)\ f(5) \quad b)\ f(17) \quad c)\ \dfrac{f(x+h)-f(x)}{h}\ \ y\ simplifique.$

23. Si $f(x) = 3\sqrt{x-1} - 3$. Hallar :

$$a)\ \frac{f(x+h)-f(x)}{h}\ y\ simplifique.$$

$b)$ *hallar la ecuación de la recta que pasa por* $(1, f(1))$ *y* $(5, f(5))$.

24. Halle el dominio de las funciones:

$$a)\ f(x) = \sqrt{\frac{x+3}{x-4}} \qquad b)\ h(x) = \frac{1}{\sqrt{\frac{x-1}{3x+1}} - 1}$$

25. Si $f = \{(1,-2), (2,-5), (3,0), (4,-1)\}$
$g(x) = \{(0,1), (1,0), (3,3), (-1,4), (2,1)\}$
Hallar: $a)\ fog,\ b)\ gof$ e ilustre los resultados.

26. Trace el gráfico , halle el dominio y rango de:

$$f(x) = \begin{cases} -1 & si \quad x < -4 \\ x+3 & si \quad -4 \le x < 0 \\ (x-2)^2 - 1 & si \quad 0 \le x < 3 \\ [\![x-3]\!] & si \quad 3 \le x < 6 \\ |x-8| & si \quad 6 \le x < 10 \\ 2, & si \quad 10 \le x \end{cases}$$

TALLER No14
FUNCIONES EXPONENCIALES Y LOGARÍTMICAS

27. A. Dibuje las curvas(funciones exponencial y logarítmica)

$$a)\ f(x) = 2^{-x} \quad b)\ f(x) = 3^{2-x} \quad c)\ f(t) = \left(\frac{1}{4}\right)^{-x} \quad d)\ g(r) = 1 - 2^r$$

$$e)\ f(x) = \log_5(x-2) \quad f)\ f(x) = \log_2(x+1) \quad g)\ f(x) = e^{x+1} - 2$$

B. Escriba como suma o diferencia

$$a) \log_a\left(\frac{T^{-2/3}W^4}{H^5}\right) \quad b)\ ln\sqrt[3]{\frac{QP^5}{T \cdot N^{1/2}}} \quad c)\ \log_b\left[\frac{(x+3)(x-7)^3}{(y+3)^2}\right]^{-7}$$

C. Escriba como un solo logaritmo

$a)\ \log_c x - 5\log_c y + \log_c z$

$b)\ Ln(r-w) + \frac{1}{3}Ln(x+3) - 4Ln(t+q) - Ln\, m^{-4}$

28. Resuelva las ecuaciones.

$$\boldsymbol{a)\ 4^{x^2+2x-3} = 0 \qquad b)\ \log_a x = 5\log_a x + 3\log_a m - \frac{\log_a n}{3}}$$

$$c)\ \boldsymbol{\log_c x = 7\log_c(x+2) + \log_c(x+1) - 6\log_c(x+4)}$$

$d)\ \sqrt[3]{2^{3x+1}} = \frac{1}{32}$ $\quad e)\ \left(\frac{25}{8}\right)^{x+1} \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^{x+2} = 5$ $\quad f)\ 1018^{x^2-5} = 1$

$g)\ 9^x + 4 \cdot 3^x = 12$ $\quad h)\ 4^x - 2^{x+1} = 35$ $\quad i)\ x^{x^2-10x+16} = 1$

$j)\ 32^{x^2-5x-24} = 1$ $\quad k)\ 3^{x+1} + \frac{18}{3^x} = 29$ $\quad l)\ log^{-1}x = 2 + logx^{-1}$

$m)\ 2^x = 4^x \sqrt[3]{2}$ $\quad n)\ (0.8)^{2x-3} = 1.5^x$

$o)\ log(5x^2 - 14x + 1) - \log(4x^2 - 4x - 20)$

$p)\ \sqrt{x^{\log_x 1/2}} = 10$ $\quad q)\ 10^{\log_a(x^2-3x+5)} = 3^{\log_a 10}$

$r)\ x^{(log)^2 - 3logx + 1} = 10^3$

29. Resuelva los sistemas

$$a)\begin{cases} \frac{2^{2x-3}}{2^{3y+2}} = 2^8 \\ 3x - 2y = 17 \end{cases} \qquad b)\begin{cases} 3^x - 2^y = 1 \\ 3^{x-1} = 2^{y-2} + 1 \end{cases}$$

$$c)\begin{cases} \log_{10} x + \log_{10} y = 2 \\ x - y = 20 \end{cases} \qquad d)\begin{cases} \log_x(y - 18) = 2 \\ \log_y(x + 3) = 1/2 \end{cases}$$

$e)\ Si\ \ \log_2(x^2y^2) = 4\ ,\ \log_2(x/y) = 7)$ Halle el valor de:

$\log_2 x\ \ y\ \ \log_2 y.$

30. Sea $f(x) = e^{\sqrt{x}}$

$a)\ Determine\ una\ función\ g\ tal\ que\ (fog) = x$

$b)\ calcule\ (gof)(x)$

31. Sea $f(x) = \ln(x - 1)$

$a)\ Determine\ una\ función\ g\ tal\ que\ (fog)(x) = x$

$b)\ Calcule\ (gof)(x)$

32. Halle el conjunto solución de la desigualdad

$4^{(x+2)} > \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1}$

33. Dada la ecuación: $w = 1000\left(\frac{1}{2}\right)^{0.8^x}$

Demuestre que:

$$x = \frac{\log_{10}\left(\frac{3 - \log_{10} w}{\log_{10} 2}\right)}{3\log_{10} 2 - 1},\ o\ ,\ x = \frac{\log_{10}\left(\frac{3\ln 10 - \ln w}{\ln 2}\right)}{3\log_{10} 2 - 1}$$

34. La compañía JG adquirió hace 4 años cierta pieza de una máquina en \$UM 600.000. Su valor actual es \$UM 420 000. Si el valor de reventa de la máquina se disminuye en forma exponencial, ¿Cuál será dentro de cinco años?

35. Se estima que en la ciudad de Pereira el porcentaje de viviendas cuyos habitantes tienen computador está dado por:

$$f(t) = \frac{70}{1 + 21.67e^{-0.64t}} \quad (0 \le t \le 12)$$

Donde t se mide en años, con t = 0 correspondiente al inicio de 2001.

¿Qué porcentaje de viviendas tenían computadores en al inicio de

2001 y 2014?

36. 20. Después de una larga investigación, dos economistas encontraron que si los miembros de un grupo empresarial de Armenia de venta e inversión de dinero en la banca nacional de 10 se clasificaron según el número de veces en que cada uno participa en dicha inversión, el número de veces, $N(L)$ la L – ésima persona clasificada que participó, se calculó aproximadamente mediante la ley $N(L) = L_1\, e^{-0.12(L-1)}$ $1 \le L \le 10$

Donde L_1 fue el número de veces de la persona que obtuvo la mayor Clasificación de especies en los cerros. Construya la ecuación Suponiendo $L_1 = 100$.

37. La función de oferta de un fabricante de procesadores para computador es: $f(q) = \log\left(10 + \frac{q}{2}\right)$, en donde q es el número de unidades ofrecidas a un precio k por unidad. ¿A qué precio ofrecería el fabricante 1980 unidades?

38. Una importante función que se utiliza en decisiones financieras y de negocios es la función densidad de la distribución normal, que en su forma estándar es $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\, e^{-\frac{x^2}{2}}$. Hallar el valor de: $a)\ f(1)\ y\ f(-1)$.

39. La probabilidad P de que un call center reciba x llamadas durante cierto precio de tiempo está dada por:

$$P = \frac{e^{-3}5^x}{x!}$$

40. La población P proyectada de la ciudad de Bogotá está dada por $P = 135000(1.15)^{t/30}$, en donde t es el número de años después de 2000. ¿Cuál será la población proyectada para 2021?

41. (tomado de matemáticas para administración y economía de Ernest Haeussller, Jr./Richard S. Paul).

En un análisis de la penetración de mercado con nuevos productos, Hurter t rubenstein, hacen referencia a la función.

$f(t) = \frac{q - pe^{-(t+c)(p+q)}}{q[1+e^{-(t+c)(p+q)}]}$, En donde $p, q\ y\ C$ son constantes. Los autores afirman que $f(0) = 0$. Entonces $C = -\frac{1}{p+q} ln\left(\frac{q}{p}\right)$ Prueba esta afirmación.

42. Después de t años, el número de unidades, q, que se venden anualmente. Una ecuación como está recibe el nombre de ecuación de Gompertz y

describe el crecimiento natural en muchas áreas de estudio. Despeje en esta ecuación. Demuestre que:

$$t = \frac{\log\left(\frac{3-\log q}{\log 2}\right)}{(3\log 2)-1}$$

43. Evaluar y simplificar

$a) 6^{\log_6 6}$

$b)\ 4^{\log_2 16}$

$c)\ 6^{\log_6 x}$

44. Use el cambio de base $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$; para calcular:

$a)\ l\log_{3\sqrt{3}} 27 \quad b)\ 2^{\log_{2\sqrt{2}} 15} \quad c)\ \log_5 45$

BIBLIOGRAFÍA

- Allendoerfer Y Oakley, Fundamentos de matemáticas Universitarias, Mc Graw Hill, Tercera edición.

- Arya, Jagdish c, Lardner, Robin W. Matemáticas Aplicadas a la Administración y a la Economía. Prentice Hall Hispanoamericana.
  Tercera edición 1992.

- Baldor, Aurelio. Algebra

- Barnett, R. A Matemáticas para administración y ciencias sociales Interamericana, México 1988. Segunda edición.

- Cardona, toro José Gerardo, Rojas Duque, Luz María, Santiesteban David. Fundamentos de Matemáticas con aplicaciones en administración, economía y contaduría. Universidad libre de Pereira.

- Glass J. Collin, Métodos matemáticos para economía.

- Goodman, Arthur/ Hirsch Lewis. Algebra y trigonometría con geometría analítica. Prentice Hall

- Haeussler , Ernest F, Paul Richard s. Matemáticas para administración y
- Economía. Editorial grupo editorial Iberoamerica. Tercera edición 1999.

- Leithold, Louis, Matemáticas Previas al cálculo. Harla, segunda edición.
- Palmer, Claude Irwin. Lee, Miser Wilson. College Algebra Segunda edición. Mc Graw- Hill. 1937

- Pio, Fernando, Betancourt I. Conceptos de matemáticas fundamentales Universidad Nacional sede Manizales. 1085.

- Tan, S.T Matemáticas para Administración y Economía Thomson, Australia, Segunda edición.
- Talleres matemáticas I Universidad Tecnológica de Pereira

NOTA:

ESTE MATERIAL ESTA HECHO CON FINES ACADÉMICOS, NO ES PARA LA VENTA, ES PARA QUIEN DESEE USARLO.